Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro

ANÁLISE MATEMÁTICA II - 2º sem. 2010/11

EXERCÍCIOS 6

1. Verifique que as seguintes EDO's são exactas e resolva-as:
   (a) $(3x^2-2xy)dx+(2y-x^2)dy=0$, (b) $3x^3y^2y'+3x^2y^3-5x^4=0$,
   (c) $(3x^2y^2-4xy)dy+(2xy^3-2y^2)dx=0$, (d) $xe^{xy}y'+ye^{xy}-4x^3=0$,
   (e) $\cos x\cos y-(\sin x\sin y+y^2)y'=0$.

2. Verifique que as seguintes EDO's não são exactas. Contudo admitem um factor integrante. Encontre-o e integre-as:
   (a) $(3x^2y+2xy+y^3)dx+(x^2+y^2)dy=0$, (b) $(xy^2-y^3)+(1-xy^2)y'=0$,
   (c) $dx+(\frac{x}{y}-\sin y)dy=0$, (d) $y\sin x+(2(\cos x-1)-3y)y'=0$,
   (e) $4-4x^2-y^2-3yy'=0$, (f) $xdy=(xy^2-y)dx$

3. Resolva as seguintes EDO's de variáveis separáveis:
   (a) $y'=e^{x+y}$, (b) $(1+y)(e^xdx-e^{2y}dy)-(1+y^2)dy=0$,
   (c) $y'+\frac{x\sin x}{y\cos y}=0$, (d) $y'=y^2\cos x$.

4. Resolva as seguintes EDO's homogéneas:
   (a) $y'=\frac{y}{x}+\frac{x}{y}$, (b) $(x-y)dx+xdy=0$,
   (c) $y'=\frac{x-y}{x+y}$, (d) $x(y'+e^{\frac{y}{x}})=y$.

5. (a) Mostre que uma função é solução da EDO $y'+cy=0$, $(c\in\mathbb{R})$, se e só se é solução de $(e^{cx}y)'=0$. Integre $y'+cy=0$.
   (b) Estude o comportamento das soluções, em função de c, quando $x\to+\infty$.
   (c) Resolva a equação $3y'-2y=0$.

6. Encontre o integral geral das seguintes EDO's e resolva os PVI's:
   (a) $y'-2y=x^2+x$,
   (b) $y'+(\cos x)y=\sin x\cos x$,
   (c) $xy'+y=3x^3-1$, $x>0$,
   (d) $y'-y\tan x=e^{\sin x}$, $0<x<\frac{\pi}{2}$,
   (e) $y'+ay=\sin x+e^{-5x}$, $y(0)=0$,
   (f) $y'-\frac{2}{x}y=x$, $y(1)=0$,
   (g) $y^{IV}+y'''=2$.

7. Encontre uma nova variável dependente de modo a transformar a equação dada numa equação linear. Resolva então a equação.

   (a) $xe^yy'-e^y=3x^2$, (*Sugestão*: Tome $u=e^y$).
   (b) $y'-\frac{1}{x+1}y\ln y=(x+1)y$.