

### EXERCÍCIOS 3

1. Determine os polinómios de Taylor de grau  $k$  centrado em  $c$  das seguintes funções para os valores indicados:

a)  $f(x) = x^2 + 3x + 1$ ;  $k = 2$ ,  $c = 0$ .

b)  $f(x) = \ln x$ ;  $k = 4$ ,  $c = 1$ .

c)  $f(x) = \arccos x$ ;  $k = 3$ ,  $c = \frac{1}{2}$

d)

$$f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x^2}}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0; \end{cases} \text{ onde } k \in \mathbb{N}, c = 0.$$

2. Usando o resto na forma de Lagrange, determine um majorante para o erro que se comete, em cada uma das alíneas do exercício 1, ao aproximar a função  $f$  em causa pelo polinómio de Taylor de grau  $k$ , num intervalo de amplitude 0,2 centrado no ponto  $c$ .

3. Determine a linearização e a aproximação quadrática das funções  $f$  dadas, nos pontos  $c$  indicados, e, em cada alínea, esboce os seus gráficos juntamente com o da função:

(a)  $f(x) = x^3$ ;  $c = 1$ .

(b)  $f(x) = e^x$ ,  $c = 0$ .

(c)  $f(x) = \ln x$ ;  $c = 1$ .

(d)  $f(x) = \sqrt{2 - x^2}$ ;  $c = 1$ .

(e)  $f(x) = \sqrt{2 - x^2}$ ;  $c = 0$ .

(d)  $f(x) = \cosh x$ ;  $c = 0$ .

4. Determine, com um erro inferior a  $10^{-4}$ , os seguintes integrais via manipulação de séries adequadas:

a)

$$\int_0^1 e^{-t^2} dt$$

b)

$$\int_0^\pi \frac{\sin t}{t} dt$$

c)

$$\int_0^1 \frac{\arctan t}{t} dt$$

5. Mostre que

$$\int_0^1 x^{-x} dx = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n}$$